

ÖRÜNTÜ TANIMA DERSİ

HomeWork # 2

Sınıflayıcılar :

- ✓ *Maximum Olabilirlik (ML)*
- ✓ *Bayesian lineer diskriminant*
- ✓ *Parzen Penceresi*
- ✓ *En yakın komşuluk (kNN)*
- ✓ *RBF*
- ✓ *k-means*

Submitted: 27 Mart 2014

Due : 9 Nisan 2014

1. (20 Puan)

a) x_k örnekleri $k = 1, 2, \dots, n$ sayıda peşpeşe elimize ulaşmaktadır ve geometrik bir dağılım göstermektedir.

Buna göre θ 'nın maksimum olabilirlik kestirimi, $\hat{\theta} = ?$

$$p(x|\theta) = \theta (1 - \theta)^x$$

(b) Eğer x_k örnekleri aşağıdaki gibi Erlang dağılımına sahipse $\hat{\theta}$ kestirimi nedir? Not: $u(x)$ birim basamak fonksiyonudur.

$$p(x|\theta) = \theta^2 x e^{-\theta x} u(x)$$

2. (20 Puan) Elimizde w_1 sınıfına ait 4 nokta, w_2 sınıfına ait 4 nokta var ve noktalar iki boyutludur. 2 boyutlu normal gaussian yoğunluk kullanarak parametrik Bayesian bir sınıflayıcı oluşturacağız. Noktaları ilkin μ ve Σ (**ortalama ve kovaryans matris**) parametrelerini eğitmek için kullanacağız.

w_1 sınıfına ait olduğumu bildiğimiz noktalar [8;4]; [6;4]; [7;5]; [7;3];

w_2 sınıfına ait olduğumu bildiğimiz noktalar [10;-2]; [4;-2]; [7;-1]; [7;-3];

a. Öncelikle noktaları grafikte gösteriniz.

b. Her iki sınıfa ait $\bar{\mu}$ ve $\Sigma = ?$ Bu kovaryans case(durum) I,II, III'den hangisine uygundur?

Not: Olaylar ayrık ve priori olasılıklar eşit olduğundan $\Sigma = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 (\bar{x}_i - \bar{\mu}_1)(\bar{x}_i - \bar{\mu}_1)^T$ ile hesaplanabilir : T ,

transpose işareti, çizgi (bar) ise vektör demektir.

c. Her iki sınıf için diskriminant fonksiyonları nelerdir?

Not: Ayırım fonksiyonu için $g_i(x) = x^T \bar{W}_i x + w_i^T x + w_{i0}$: ki burada

$$\bar{W}_i = -\frac{1}{2} \Sigma_i^{-1}, w_i = \Sigma_i^{-1} \mu_i, w_{i0} = -\frac{1}{2} \mu_i^T \Sigma_i^{-1} \mu_i - \frac{1}{2} \ln |\Sigma_i| + \ln P(w_i)$$

$|\Sigma_i|$ kovaryans matris determinantıdır. b şıkında bulamadıysanız

$$\Sigma_1 = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix} \text{ ve } \Sigma_2 = \begin{bmatrix} 4.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \text{ kabul ederek devam edebilirsiniz.}$$

- d. Karar yüzeyini elde ediniz. Bu yüzey eğrisini yatay eksendeki [0 2 4 6 8] değerleri için bulup yaklaşık olarak çiziniz.
- e. [9;1] , [0;1] test noktaları hangi sınıfa aittir?

3. (20 Puan)

- a) Gaussian parzen penceresine göre [0;1] hangi sınıfa girer? Nasıl bulursunuz?
- b) 3-nn (3 en yakın komşuluk) algoritmasına göre (7;0) hangi sınıfa girer?
- c) 2 çekirdekli k-means' göre üstteki noktalar hangi sınıfa girer? (Not: Önce Çekirdeklerin yerlerini bulunuz)

4. (20 Puan) Bulduğunuz $\bar{\mu}$ değerleri 2 çekirdeğiniz olsun ve RBF ($\sigma = 1$) sınıflayıcıyı w_1 sınıfına ve w_2 sınıfına ait ilk iki noktalar ile eğitip kullanırsanız (2x2 matrisle uğraşmak kolay olsun diye), ağırlıkları (w) bulma algoritması nasıldır? İlerleyiniz ve bulunuz. Buna göre [0;1] test noktası hangi sınıfa atanır? Not: RBF için ayırım fonksiyonu alttaki gibidir?

$$g(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^M w_i \exp\left(-\frac{(\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\|)^2}{2\sigma^2}\right)$$

5. (20 puan) Aşağıdaki Tabloda üç sınıfa ait 10 adet örnek 3 boyutlu (3D) nokta olarak verilmiştir. Her sınıftaki noktaların normal gaussian dağılım gösterdiği kabul edilebilir. Tüm öznitelikleri kullanarak

ω_1			ω_2			ω_3		
x_1	x_2	x_3	x_1	x_2	x_3	x_1	x_2	x_3
-5.01	-8.12	-3.68	-0.91	-0.18	-0.05	5.35	2.26	8.13
-5.43	-3.48	-3.54	1.30	-2.06	-3.53	5.12	3.22	-2.66
1.08	-5.52	1.66	-7.75	-4.54	-0.95	-1.34	-5.31	-9.87
0.86	-3.78	-4.11	-5.47	0.50	3.92	4.48	3.42	5.19
-2.67	0.63	7.39	6.14	5.72	-4.85	7.11	2.39	9.21
4.94	3.29	2.08	3.60	1.26	4.36	7.17	4.33	-0.98
-2.51	2.09	-2.59	5.37	-4.63	-3.65	5.75	3.97	6.65
-2.25	-2.13	-6.94	7.18	1.46	-6.66	0.77	0.27	2.41
5.56	2.86	-2.26	-7.39	1.17	6.30	0.90	-0.43	-8.71
1.03	-3.33	4.33	-7.50	-6.32	-0.31	3.52	-0.36	6.43

- a) Her sınıf için $\mu = ?$ $\Sigma = ?$, yani ortalama beklendik değer, ve kovaryans vektörleri nedir? Duda'nın kitabında derste çözdüğümüz örnek durumlardan Case I,II,III'ten hangisine benzemektedir?
- b) Buna göre her sınıf için $g_i(\bar{x}) = ?$ diskriminant fonksiyonunu yazınız. İlk sınıf olasılıkları eşit kabul edilebilir ($P(w_i) = \frac{1}{3}$, $i=1,2,3$).
- c) şu noktalar hangi sınıfa girmektedir ? Bulunuz.
 $(1,2,1)^t$, $(5,3,2)^t$, $(0,0,0)^t$, $(1,0,0)^t$
- d) Karar yüzey fonksiyonlarını bulunuz. Kaç tane bekliyoruz?
- e) MATLAB ile örnek noktaların yerlerini işaretleyip, karar yüzeylerini çizdiriniz.